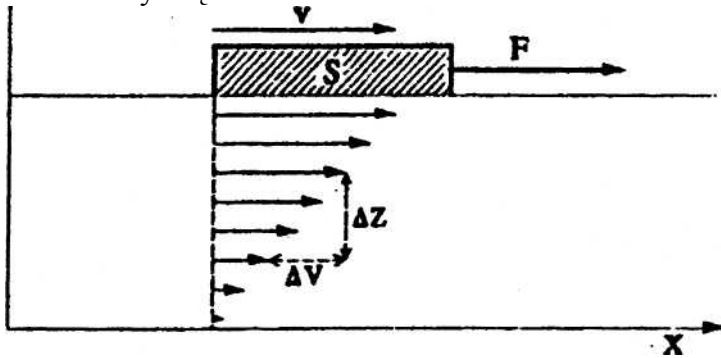


<b>W S E i Z W WARSZAWIE</b>	
<b>WYDZIAŁ .....</b>	
<b>LABORATORIUM FIZYCZNE</b>	
<b>Ćwiczenie Nr 3</b>	<b>Temat: WYZNACZNIĘ WSPÓŁCZYNNIKA LEPKOŚCI METODĄ STOKESA</b>

## 1. Podstawy fizyczne

Zarówno przy przepływach płynów (ciecze i gazy), jak i przy ruchu ciał w płynach występuje siła oporu ruchu. By sprecyzować opis tego zjawiska, rozważmy przebieg następującego doświadczenia: na powierzchni warstwy cieczy o grubości  $d$  pływa deska. Przyłożenie do deski stałej, równoległej do powierzchni cieczy, siły  $F$  powoduje jej ruch jednostajny po powierzchni cieczy. Musi więc istnieć jakaś siła oddziaływania cieczy na deskę  $F_0$ , która równoważy siłę  $F$



Rys. 1. Siła  $F$  powoduje ruch deski ze stałą prędkością  $v$  po powierzchni cieczy

Przesuwanie deski powoduje nadanie warstwom cieczy znajdującym się w różnej odległości  $z$  od poruszającej się deski - różnych prędkości  $v_x$  (patrz rys. 1). Tę własność płynów nazywamy lepkością, zaś  $F_0$  - siłą lepkości [1,2].

Rzeczywiście ciecze są lepkie. Wyjątkiem jest ciekły hel w warunkach nadciekłości - poniżej temperatury 2,1 K.

Siła lepkości działająca na deskę jest proporcjonalna do gradientu prędkości przesuwanych warstw cieczy i powierzchni deski  $S$ :

$$F_0 = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial z} S \quad (1)$$

Charakteryzujący płyn współczynnik proporcjonalności występujący w tym wzorze nazywamy współczynnikiem lepkości  $\eta$ . Jednostką współczynnika lepkości jest  $\text{kg/m}\cdot\text{s}$ , który odpowiada 10 puazom -jednostkom wcześniej stosowanym.

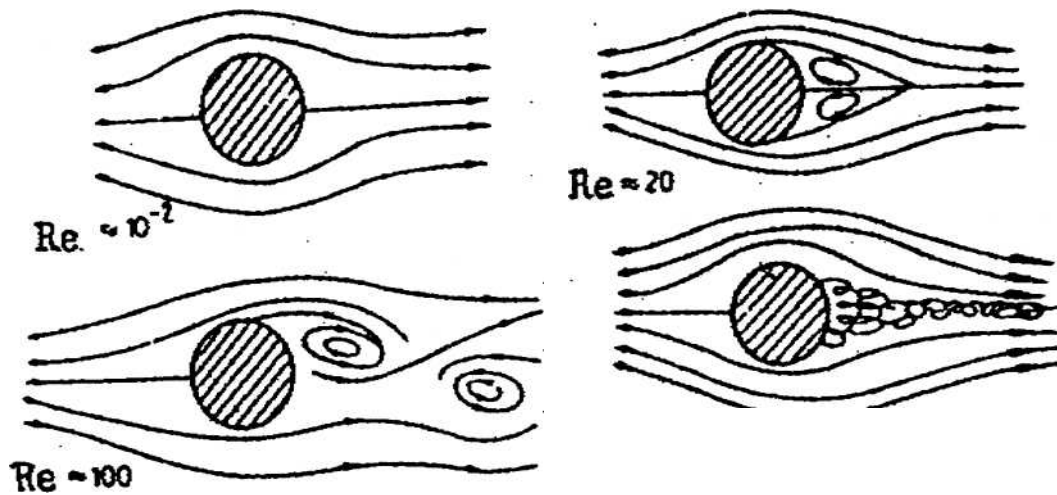
Z punktu widzenia kinetycznej teorii materii siła ta powstaje na skutek przenoszenia  $x$ -owej składowej pędu przez cząstki szybsze na cząstki wolniejsze (poruszające się w większej odległości od przemieszczanej powierzchni).

Przepływ cieczy wokół dowolnego ciała zależy od gęstości cieczy  $\rho$  i współczynnika lepkości cieczy  $\eta$ , charakterystycznego wymiaru liniowego  $l$  oraz od prędkości przepływu  $v$ .

Interesujące jest to, że charakter przepływu nie zależy bezpośrednio od tych parametrów, lecz zależy od bezwymiarowej kombinacji tych wielkości. Ich bezwymiarową kombinacją jest:

$$\text{Re} = \frac{\rho v l}{\eta} \quad (2)$$

czyli wielkości zwaną liczbą Reynoldsa [1,2]. Charakter przepływu odpowiadający różnym liczbom Reynoldsa jest przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2. Przepływy cieczy odpowiadające różnym liczbą Reynoldsa. Pierwszy rysunek odpowiada przepływowi laminarnemu

Dla małych liczb Reynoldsa,  $Re \ll 1$ , decydującą rolę w sile oporu odgrywa lepkość - przepływ cieczy nazywamy "laminarnym" - bezwirowym. Dla przepływu laminarnego formułuje się prawo o podobieństwie przepływów: przepływy dwóch cieczy o różnych lepkościach i są podobne, jeżeli odpowiada im ta sama liczba Reynoldsa.

To podobieństwo umożliwia zastępowanie badania sił oporu powietrza działających na poruszające się samoloty, samochody, itp. przez testowanie sił działających na pomniejszone modele pojazdów poruszające się w tunelach aerodynamicznych, których wymiary mogą być podobnie pomniejszone. Wystarczy tylko zadbać o to, by liczba Reynoldsa przepływu w tunelu była taka sama jak dla badanego przepływu.

Dla przepływu laminarnego Stokes wprowadził wzór na siłę oporu działającą na kulkę opadającą pod wpływem siły ciężkości w cieczy wypełniającej całą przestrzeń. Przypadki cieczy opływającej ciało i ciała przemieszczającego się w cieczy są sobie równoważne. Siłę oporu działającą na kulkę w warunkach opisanych przez Stokesa można przedstawić następująco:

$$\vec{F}_0 = -K \vec{v} \quad (3)$$

$$K = 6\pi\eta r v \quad (4)$$

Gdzie:  $v$  jest prędkością kulki,  $r$  - promieniem kulki,  $\eta$  - współczynnikiem lepkości cieczy. Zgodnie z drugą zasadą dynamiki, wypadkową siłę działającą na kulkę możemy zapisać jako:

$$m^* a = F - F_w - F_0 \quad (5)$$

gdzie:  $F$  - oznacza siłę ciężkości,  $F_w$  - siłę wyporu,  $m^*$  - masa efektywną. Czyli

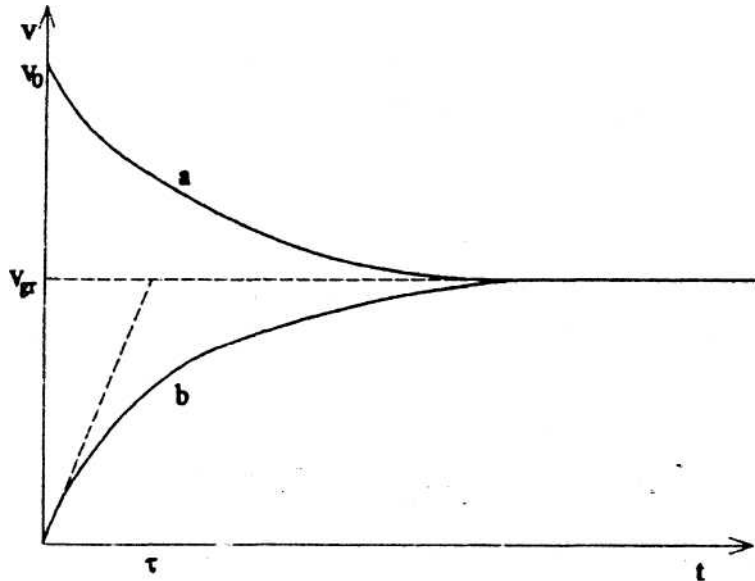
$$m \cdot \frac{dv}{dt} = mg - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - 6\pi\eta r v \quad (6)$$

Dokładna analiza pokazuje, że masa efektywna zawiera oprócz masy poruszającego się ciała pewną masę "dołączoną", która w przypadku kulki poruszającej się w cieczy równa jest połowie masy cieczy wypartej przez kulkę. Rozwiązując równanie (6) otrzymujemy

$$v(t) = v_{gr} + (V_0 - v_{gr}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (7)$$

gdzie  $\tau = \frac{m^*}{K}$  jest pewną stałą czasową.

Na rys.3 przedstawiono graficzne rozwiązanie tego równania dla dwóch przypadków: gdy  $V_0 = 0$  i gdy  $V_0 > V_{gr}$ . Z wykresu wynika, że po pewnym czasie ruch kulki można uznać za jednostajny zachodzący z prędkością  $V_{gr}$ . Odpowiada to sytuacji, gdy siły działające na kulkę równoważą się (człon z masą efektywną staje się równy zero) i siła wypadkowa jest równa zero.



Rys.3 Graficzne przedstawienie prędkości kulki opadającej w cieczy w funkcji czasu: a)  $V_0 > V_{gr}$ , b)  $V_0 = 0$ . Linia przerywaną zaznaczono styczną do krzywej (b) dla  $t = 0$  [porównaj równ. (9)].

Przyrównując do zera prawą stronę równania(6) otrzymamy wzór na prędkość graniczną:

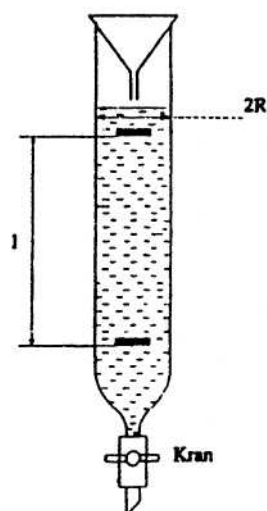
$$V_{gr} = \frac{\left(m - \frac{4}{3}\pi\rho r^3\right)}{6\pi\eta r} g$$

Czas  $t$  występujący we wzorze (6) i na rys.3 jest określony z warunku

$$\left(\frac{dV}{dt}\right) \Big|_{t=0} = \frac{V_{gr} - V_0}{\tau} \quad (9)$$

Gdy kulka porusza się w cieczy wypełniającej cylinder o promieniu  $R$ , wzdłuż jego osi, należy wprowadzić poprawkę zamieniając współczynnik  $K$  we wzorze S(4) na  $K'$ ,

$$K' = 6\pi\eta r v \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right) \quad (10)$$



gdzie:

$r$  - promień kulki, i  $R$  - promień cylindra,  
Poprawka uwzględnia wpływ obecności  
ścianek naczynia na ruch kulki.

W doświadczeniu wyznaczamy  
prędkość graniczną  $V_{gr}$ , a następnie ze  
wzoru

$$\eta = \frac{\left(m - \frac{3}{4}\pi\rho r^3\right)g}{6\pi r V_{gr} \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)} \quad (11)$$

wyznaczamy współczynnik lepkości.

## 2. OPIS ĆWICZENIA

Badane ciecze znajdują się w rurach, takich jak ta przedstawiona na rys.4. Do wykonania ćwiczenia student otrzymuje kulki, śrubę mikrometryczną, suwmiarkę.

## 3. WYKONANIE ĆWICZENIA

1. Mierzmy średnicę kulek oraz średnicę wewnętrzną rury.
2. Przystępujemy do wykonania doświadczenia. Wrzucając kulki do pionowo ustawionego cylindra z badaną cieczą ( blisko osi cylindra) ustalamy eksperymentalnie, od którego miejsca w rurze ruch kulki można uznać za jednostajny, zaznaczamy ten odcinek jako odcinek 1 (patrz rys.4 ). Mierzmy długość odcinka  $l$ .
3. Mierzmy stoperem czas opadania kulek ruchem jednostajnym.
4. Na podstawie pomiarów czasu opadania kulki i długości przebytej drogi wyznaczamy prędkość graniczną kulki.

## 4. OPRACOWANIE WYNIKÓW

5. Określamy dokładność pomiaru wielkości mierzonych: masy i promienia kulek, czasu opadania, przebytej przez nie drogi.
6. Wyznaczamy współczynnik lepkości gliceryny (zgodnie z wzorem 11) korzystając z obliczonej prędkości granicznej.
7. Szacujemy dokładność wyznaczenia współczynnika lepkości.

## 5. PYTANIA KONTROLNE

1. Dla przypadku, gdy  $V_0 < V_{gr}$  narysować przebieg  $V(t)$  i określić przyspieszenie kulki w chwili początkowej.
2. Ile wynosi błąd względny pomiaru prędkości przyjmując, że ruch kulki jest jednostajny już po czasie  $t=3x$  [można skorzystać z równania (7)]?

## 6. LITERATURA

4. A.K.Wróblewski, J.A.Zakrzewski : Wstęp do fizyki t1 PWN Warszawa 1984 rozdz. IV.5.2 str. 298-307.
5. F.Reiff: Fizyka Statystyczna, PWN Warszawa 1975. rozdz. 8.2 str. 338-370.